

Prove que $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Demonstração

(I) Consideremos um número real x , tal que $x = a^{\frac{m}{n}}$

Elevando os dois membros da igualdade ao expoente n , temos:

$$(x)^n = \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n \Rightarrow x^n = a^{\frac{m \cdot n}{n}} \Rightarrow x^n = a^m$$

(II) Consideremos agora um número real y e $y > 0$, tal que $y = \sqrt[n]{a^m}$

Usando a Definição de $\sqrt[n]{a} = b$, pois $b^n = a$, temos:

$$\sqrt[n]{a^m} = y, \text{ pois } y^n = a^m$$

(III) Comparando as igualdades obtidas no (I) e (II) e sabendo que x e y representam números reais positivos, temos:

$$x^n = y^n, \text{ ou seja } x = y.$$

Portanto da igualdade $x = y$, concluímos que:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Prof. Jose Campos